

Klassenarbeit zu linearen Gleichungssystemen

Aufgabe 1:

Veranschauliche alle Lösungen der Gleichung $3x + 5y = 10$ in einem Koordinatensystem.
Bestimme zwei Lösungspaare der Gleichung.

Aufgabe 2:

Bestimme rechnerisch die Lösungsmengen der Gleichungssysteme.

a)
$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 12 \\ -5x + 4y &= 2 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} -2x + y &= 1 \\ 4x - 2y &= 6 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} 0,35x + 0,25y &= 0,6 \\ \frac{1}{7}x - \frac{1}{14}y &= \frac{1}{14} \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} \frac{x}{4} - \frac{2y}{3} &= -2 \\ -\frac{4x}{9} + \frac{y}{27} &= \frac{1}{9} \end{aligned}$$

Aufgabe 3:

Bestimme zeichnerisch die Lösung des Gleichungssystems:

$$\begin{aligned} x + y &= 3 \\ y &= \frac{1}{2}x + 1,5 \end{aligned}$$

Aufgabe 4:

Ein Rechteck hat den Umfang von 20cm. Vergrößert man die eine Seite um 2 cm und die andere um 3 cm, dann wird der Flächeninhalt um 30 cm² größer.
Wie lange sind die Seiten des vergrößerten Rechtecks ?

Aufgabe 5:

Ein Chemiker besitzt 2 Flüssigkeiten. Flüssigkeit A enthält einen Alkoholanteil von 65%, Flüssigkeit B enthält einen Alkoholanteil von 37%.
Der Chemiker möchte nun beide Flüssigkeiten so vermischen, dass die Mischung einen Alkoholanteil von 48% enthält. Der Chemiker möchte 3 Liter dieser neuen Flüssigkeit herstellen.

Wie viel Liter muss er von A und B jeweils mischen ?

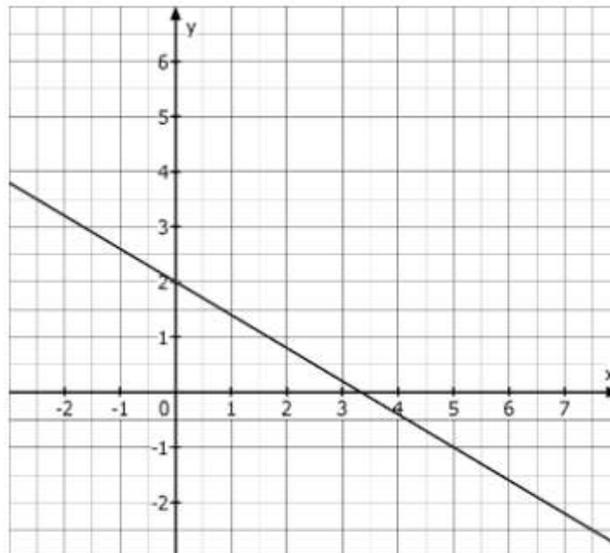
Lösung Klassenarbeit zu linearen Gleichungssystemen

Aufgabe 1:

Zur Veranschaulichung der Lösungen muss die Gleichung nach y aufgelöst werden:

$$3x + 5y = 10 \Rightarrow y = -\frac{3}{5}x + 2$$

Diese Gerade wird nun ein Koordinatensystem eingezeichnet:



Alle Punkte, die auf der Geraden liegen, sind Lösungspaare der Gleichung.

Beispiel für Lösungspaare:

Setze $x = 0$ in die Geradengleichung ein: dies ergibt $y = 2$ also $(0/2)$

Setze $x = 5$ in die Geradengleichung ein: dies ergibt $y = -1$ also $(5/-1)$.

Aufgabe 2:

- a) Damit das Additionsverfahren angewandt werden kann, müssen in beiden Gleichungen entweder vor x oder vor y die gleiche Zahl mit unterschiedlichem Vorzeichen stehen.

$$3x + 2y = 12$$

$$-5x + 4y = 2$$

Damit bei diesem Gleichungssystem vor y dieselbe Zahl steht, wird die 1. Gleichung mit (-2) durchmultipliziert.

$$3x + 2y = 12 \quad | \cdot (-2)$$

$$-5x + 4y = 2$$

Daraus folgt

$$\begin{array}{r} -6x - 4y = -24 \\ -5x + 4y = 2 \end{array}$$

Addition der beiden Gleichungen ergibt: $-11x = -22$ (y fällt wie gewünscht weg).
Daraus folgt $x = 2$.

Einsetzen von $x = 2$ in die 1. Ausgangsgleichung liefert: $3 \cdot 2 + 2y = 12 \Rightarrow y = 3$

Die Lösungsmenge lautet $L = \{(2/3)\}$.

b)

$$\begin{array}{r} -2x + y = 1 \\ 4x - 2y = 6 \end{array}$$

Damit beim Addieren die Variable x herausfällt, wird die 1. Gleichung mit 2 durchmultipliziert.

$$\begin{array}{r} -2x + y = 1 \quad | \cdot 2 \\ 4x - 2y = 6 \end{array}$$

Daraus folgt:

$$\begin{array}{r} -4x + 2y = 2 \\ 4x - 2y = 6 \end{array}$$

Addition der beiden Gleichungen liefert: $0 = 8$

Dies ist ein Widerspruch, daher besitzt das Gleichungssystem keine Lösung.
Die Lösungsmenge lautet $L = \{ \}$.

c)

$$\begin{array}{r} 0,35x + 0,25y = 0,6 \\ \frac{1}{7}x - \frac{1}{14}y = \frac{1}{14} \end{array}$$

Zunächst werden die Gleichungen so durchmultipliziert, dass die Dezimalzahlen bzw. die Bruchzahlen wegfallen.

Die erste Gleichung wird mit 100 multipliziert und die zweite mit dem Hauptnenner 14.

Daraus folgt

$$\begin{array}{r} 35x + 25y = 60 \\ 2x - y = 1 \end{array}$$

Auflösen der zweiten Gleichung nach y ergibt $y = 2x - 1$ (*)

Einsetzen von (*) in die erste Gleichung: $35x + 25(2x - 1) = 60 \Rightarrow 85x = 85 \Rightarrow x = 1$

Einsetzen von $x = 1$ in (*) ergibt $y = 2 - 1 = 1$.

Lösungsmenge $L = \{(1/1)\}$.

d)

$$\begin{array}{r} \frac{x}{4} - \frac{2y}{3} = -2 \\ -\frac{4x}{9} + \frac{y}{27} = \frac{1}{9} \end{array}$$

Zunächst werden die Gleichungen so durchmultipliziert, dass die Brüche wegfallen.
Die erste Gleichung wird mit dem Hauptnenner 12, die zweite mit 27 multipliziert.

Daraus folgt

$$\begin{array}{r} 3x - 8y = -24 \\ -12x + y = 3 \end{array}$$

Aus der zweiten Gleichung folgt $y = 12x + 3$ (*)

Einsetzen von (*) in die erste Gleichung: $3x - 8(12x + 3) = -24 \Rightarrow -93x = 0 \Rightarrow x = 0$

Starte Download

(Empfohlen) Zip- und UnZip-Dateien - Offizieller WinZip-Download.